



國小數學

112年度篩選測驗錯誤題型分析

 金門縣數學輔導團

目錄

- 一、「個」和「十」位值單位的換算-1 年級
- 二、比較型問題-1、2 年級
- 三、時鐘問題-1、2 年級
- 四、量與實測-1、2 年級
- 五、十十乘法(乘法算式前後項的關係)-2 年級
- 六、兩(多)步驟的文字題-3、4、5 年級
- 七、重量(複名數的加減計算)-3 年級
- 八、分數(單位分數、整數除整數等於分數、分數的整數倍)-3、4、5 年級
- 九、認識四邊形的性質-4 年級
- 十、三角形任意兩邊和大於第三邊-5 年級
- 十一、分數除法-5、6 年級
- 十二、比與比值-6 年級

「個」和「十」位值單位的換算

錯誤題型：

試題年段	1	受測年級	1												
112 年學習扶助題目															
6. 請問：12 個一和 2 個十合起來是多多少？ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table> <p>(1) 41</p> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table> <p>(2) 32</p> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table> <p>(3) 22</p> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table> <p>(4) 14</p> </div> </div>										8. 數一數，下面共有多少枝吸管？請記在定位板上。 <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 40px; height: 20px;">十位</td> <td style="width: 40px; height: 20px;">個位</td> </tr> <tr> <td style="width: 40px; height: 20px;">()</td> <td style="width: 40px; height: 20px;">()</td> </tr> </table> </div>		十位	個位	()	()
十位	個位														
()	()														
111 年學習扶助題目															
7. 請問：52 的十位數字是什麼？ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table> <p>(1) 2</p> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table> <p>(2) 5</p> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table> <p>(3) 7</p> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table> <p>(4) 50</p> </div> </div>										20. 一袋糖果有 10 顆，5 袋又 3 顆合起來有 () 顆。					

教學流程：

1、利用吸管幫助解題：

步驟一：先溝通 1 捆吸管有 10 根。

步驟二：教師拿出 4 捆和 5 根吸管，要求學生將每一捆吸管都換成 10 根吸管，算出合起來有幾根吸管。

1 捆吸管有 10 根，2 捆吸管合起來有 20 根，3 捆吸管合起來有 30 根，4 捆吸管合起來有 40 根，再加上 5 根吸管，合起來有 45 根吸管。

步驟三：幫助學生理解 4 捆又 5 根吸管合起來和 45 根吸管一樣多，可以說成 4 個十和 5 個一合起來和 45 個一，也就是和 45 一樣多。得到 4 個十和 5 個一合起來是 45。

2、利用 1 元、10 元硬幣(或用①和⑩的圖像)幫助解題：

步驟一：教師先與學生溝通 10 個 1 元可以換成 1 個 10 元。

步驟二：教師拿出 4 個 10 元和 5 個 1 元，要求學生將每一個 10 元都換成 10 個 1 元，算出和多少個 1 元合起來一樣多。

1 個 10 元可以換成 10 個一元，2 個 10 元合起來可以換成 20 個一元，3 個 10 元合起來可以換成 30 個一元，4 個 10 元合起來可以換成 40 個一元，再加上 5 個一元，合起來和 45 個一元一樣多。

步驟三：幫助學生理解 4 個 10 元和 5 個 1 元合起來和 45 個 1 元合起來一樣多，可以說成 4 個十和 5 個一合起來和 45 個一，也就是和 45 一樣多。得到 4 個十和 5 個一合起來是 45。

3、利用白色及橘色積木幫助解題：(以本題為例)

步驟一：10 個白色積木接起來和 1 條橘色積木一樣長，10 個白色積木可以換 1 條橘色積木。

步驟二：教師拿出 12 個白色積木，要求學生換成和幾條橘色積木又幾個白色積木一樣長？

每 10 個白色積木可以換成 1 條橘色積木。12 個白色積木可以換成 1 條橘色積木和 2 個白色積木 也就是和 1 條橘色積木又 2 個白色積木一樣長。

1 條橘色積木又 2 個白色積木再加上 2 條橘色積木，合起來和 32 個白色積木一樣多
步驟三：幫助學生理解 3 條橘色積木和 2 個白色積木合起來和 32 個白色積木合起來一樣多。

比較型問題

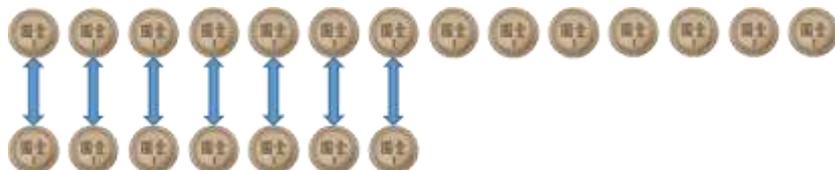
同單位的比較型問題：

錯誤題型（一）：

試題年段	1	受測年級	1
112 年學習扶助題目		110 年學習扶助題目	
<p>7. 阿光買了 6 瓶綠茶和 2 瓶紅茶，紅茶比綠茶少多少瓶？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;">(1) 2 瓶</div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;">(2) 4 瓶</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;">(3) 6 瓶</div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;">(4) 8 瓶</div> </div>		<p>7. 弟弟有 7 元，哥哥有 14 元，請問誰的錢比較多，多幾元？」下列哪個算式和答案都是正確？</p> <p>(1) $14 + 7 = 21$，答：哥哥比較多，多 21 元</p> <p>(2) $14 - 7 = 7$，答：哥哥比較多，多 7 元</p> <p>(3) $14 - 7 = 7$，答：弟弟比較多，多 7 元</p> <p>(4) $7 - 14 = 7$，答：弟弟比較多，多 7 元</p>	

試題年段	2	受測年級	2
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>23. 小文有 18 張貼紙，小莉得到 9 張貼紙後，就和小文的貼紙一樣多，小莉原有幾張貼紙？</p> <p>() □ () = ()</p> <p>答：小莉原有 () 張貼紙</p>		<p>24. 紅花有 63 朵，紅花比白花多 27 朵，請問白花有多少朵？</p> <p>() □ () = ()</p> <p>答：() 朵</p>	

弟弟有 7 元，哥哥有 14 元，兩個人相差多少元？



$14 - 7 = 7$ ⇒ 由哥哥的 14 元中，拿走和弟弟對應的 7 元，剩下 7 個沒有對應的 1 元，所以哥哥比弟弟多了 7 元。

不同單位的比較型問題：

錯誤題型（二）：

試題年段	1	受測年級	1
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>25. 教室裡有 7 張桌子和 13 張椅子，椅子比桌子多幾張？</p> <p>() □ () = ()</p> <p>答：多 () 張</p>		<p>25. 院子裡有 6 張椅子和 13 個人，一個人坐一張椅子，會少幾張椅子？</p> <p>() □ () = ()</p> <p>答：少 () 張椅子</p>	

① 延伸拿走型的記法：說明 $13 - 6 = 7$ 的意義，還是 13 個拿走 6 個，剩下 7 個。

② 新記法： $13 - 6 = 7$ 指的是 13 個和 6 個一對一對應後，剩下 7 個。學生可能會記成 $6 - 13 = 7$ 。



$13-6=7 \Rightarrow$ 13 個人，減去 6 個坐上椅子的人，剩下 7 個沒有椅子坐的人，所以椅子不夠人坐。

時鐘問題

錯誤題型：

試題年段	1	受測年級	1
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>13. 鐘面上上的時刻是 () 點鐘。</p> 		<p>9. 下面哪個是鐘面上上的時刻？</p> 	
<p>17. 鐘面上上的時刻是 () 點半。</p> 		<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(1) 6 點</p> </div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(2) 11 點</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(3) 11 點半</p> </div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(4) 12 點半</p> </div> </div>	

試題年段	2	受測年級	2
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>10. 鐘面上上的時刻和哪個數字鐘的時刻一樣？</p> 		<p>5. 鐘面上上的時刻和下面哪個數字鐘的時刻一樣？</p> 	
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(1) 10:59</p> </div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(2) 11:00</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(3) 11:59</p> </div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(4) 12:55</p> </div> </div>		<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(1) 6:47</p> </div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(2) 7:09</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(3) 7:47</p> </div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px;"> <p>(4) 9:35</p> </div> </div>	

教學流程：

時刻指的是某一事件發生的時候，可以透過事件發生的先後順序幫助學生學習時刻的概念。

時間指的是某一事件經過了多久，可以透過事件發生的長短幫助學生學習時間的概念。

一年級報讀時刻的教學重點是整點及半點的時刻。

一年級不宜稱半點為 30 分，例如不宜稱 9 點半為 9 點 30 分。

二年級報讀時刻的教學重點是所有的時刻。

一年級時鐘的報讀：

引入旋轉「半圈」時請注意：

①沒有先介紹「一圈」的話，半圈只是專有名詞，和一圈無關。

②先介紹「一圈」，再說明轉一圈的一半是半圈，半圈和一圈才有部份與全體的關係。

二年級時鐘的報讀：

1、鐘面結構：

- ①鐘面有 1 小格、1 大格、1 圈三種刻度。1 圈有 12 大格、60 小格；1 大格有 5 小格。
- ②每一大格對應一個數字(1~12)。度。分針轉 1 小格是 1 分鐘，轉 1 大格是 5 分鐘，轉 1 圈，是 60 分鐘、也就是 1 小時；時針轉 1 大格是 1 小時。

2、如果鐘面有兩組數字：

- ①1~12 幫助報讀幾時。
- ②1~60 幫助報讀幾分。

3、鐘面只有 12 個數字：

①如何透過這些數字報讀幾點幾分

1、2、3 …、12 \longleftrightarrow 5、10、15…、60 (報讀幾點和幾分，數字的差別)
(12~1) \longleftrightarrow 12 (3~4) \longleftrightarrow 3

可以結合 5 個一數和 1 個一數，再進行鐘面分針時刻的報讀。

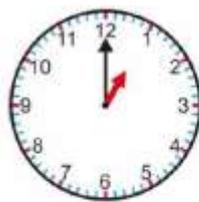
4、指導鐘面(有長針和短針(秒針))的報讀時，以二維的觀點來指導如何報讀幾點幾分。

①先分別報讀時針的刻度及分針的刻度，再同時報讀時針及分針的刻度。

以報讀 5 點 38 分為例：

- (1)透過撥鐘，帶領學生由 5 點 1 分，5 點 2 分，報讀至 5 點 59 分，再過 1 分鐘就會是 6 點。
 - (2)結合 5 個一數和 1 個一數，報讀 5、10、5、20、25、30、35、36、37、38，得到分針所指的位置是 38 分。
 - (3)時鐘從 5 點轉至 6 點都是 5 點多，藉此判斷時針刻度代表幾點。
 - (4)同時報讀時針及分針的刻度。(讓學生熟悉時針在 5~6 之間，代表 5 點多，分針在 7~8 之間，先報讀 35 分，再依序報讀到 38 分)
- ②先將鐘面分鐘(時鐘)數線拉直，待學童熟悉數線的報讀方式後，再將數線還原成圓形。
- ③撥鐘時，從 8 點 1 分至 8 點 59 分的過程中，強調鐘面的時針由 8 旋轉至 9，但是**不會超過 9**，避免學生誤將 8 時 55 分報讀成 9 時 55 分。

5、教學時可以先將鐘面圓形的數線拉直，待學生熟悉拉直數線的報讀方式後，再將拉直數線還原回鐘面圓形的數線，幫助學生報讀鐘面的時刻。

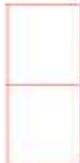
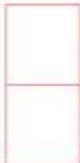


撥弄教具鐘時應注意：

- ①不宜逆時針方向撥弄時鐘。
- ②教學重點是報讀刻度，不宜與時間量連結。
- ③部份時鐘鐘面上呈現羅馬數字。

量與實測

錯誤題型（一）：

試題年段	1	受測年級	1
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>4. 方方的身高比婷婷高， 婷婷的身高和元元一樣高。 請問方方、婷婷和元元誰最高？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>(1) 方方</p> <p>(3) 元元</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(2) 婷婷</p> <p>(4) 一樣高</p> </div> </div>		<p>15. 方桌比妹妹高，圓桌比妹妹矮。 哪張桌子比較高？圓圓看。 (方桌、圓桌、一樣高)</p>	

教學流程：

間接比較的方法：

- ① 先複製再進行直接比較
- ② 透過遞移性來比較
- ③ 不易複製的量常利用遞移性來比較

長度、重量和高度的遞移性，下面哪種問法比較完整？

- ① 甲和乙，誰比較高？（答案是「甲比較高」）
- ② 甲和乙，**誰比誰高？**（答案是「甲比乙高」，屬於「關係」的問法，**問法比較完整。**）

關係（遞移性）的問法，一定要有兩個物件；教學時，需幫助學生從「觀察現象」的層次發展至「預期」的層次。

- ① 甲比乙長，乙比丙長 ⇨ 甲比丙長。
- ② 甲、乙、丙三條繩子，如何引入甲最長？
甲比乙長、甲也比丙長 ⇨ 甲最長。
- ③ 甲比乙長 ⇨ 乙比甲短；甲比較長，乙比較短。

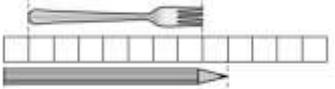
關係的教學流程：



- ① 在遞移性的問題中，先透過現象的解題經驗（物件），來做比較的練習，預期關係才可能成立。
直接宣告（預期關係會成立），但沒有看到現象的解題經驗，學生很快就會忘記。
- ② 描述比較的結果：幫助學生用物件練習「A 比 B 長」所以「B 比 A 短」。
- ③ 認識遞移性的關係：幫助學生用物件練習「A 比 B 長，B 比 C 長」，透過直接比較，得到 A 比 C 長的結果，再多舉例子讓學生覺察不用直接比較，可以透過遞移性知道 A 比 C 長。

④回到原問題：「方桌比妹妹高，圓桌比妹妹矮」，也可以說成「**妹妹比方桌矮**，圓桌比妹妹矮」，透過遞移性，得到圓桌比方桌矮(因為妹妹比方桌矮，圓桌也比妹妹矮，得到圓桌最矮)。

錯誤題型（二）：

試題年段	1	受測年級	1
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>23. 鉛筆和 6 塊橡皮擦接起來一樣長， 色筆和 5 塊橡皮擦接起來一樣長， 色筆和鉛筆接起來，和幾塊橡皮擦 接起來一樣長？</p> <p>() □ () = ()</p> <p>答：() 塊</p>		<p>21. 如圖，鉛筆比叉子長 () 個□。</p> 	

教學流程：

個別單位測量的方法：

利用個別單位來進行量測後比較，是為了常用單位比較來鋪路。

1、相同個別單位測量不同物長，比較不同物品的長度：

教學流程：

- ①描述 ⇨ 給定單位 ⇨ 被測量物數字化
- ②比較 ⇨ 數字化後 ⇨ 比較數字的大小
- ③運算 ⇨ 數字化後 ⇨ 進行加減乘除運算

例如：下圖中的牙刷和牙膏接起來，和多少根迴紋針接起來一樣長？



教學流程：

- ①描述：牙刷和幾個迴紋針接起來一樣長？
- ②比較：牙刷和 8 個迴紋針接起來一樣長，牙膏和 6 個迴紋針接起來一樣長，
牙刷和牙膏，誰比誰長？
- ③運算：牙刷和牙膏接起來，和幾個迴紋針接起來一樣長？

2、不同個別單位測量同一物長，比較兩個個別單位的長度：

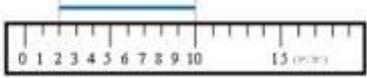
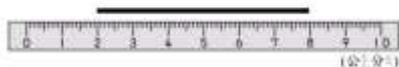
錯誤題型（三）：

試題年段	2	受測年級	2
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>17. 欣欣先用 1 枝彩色筆量桌子的寬度， 彩色筆量了 9 次，再用 1 枝鉛筆量桌 子的寬度，鉛筆量了 8 次。請問彩色 筆和鉛筆誰比較長？() () () (彩色筆、鉛筆、一樣長)。</p>		<p>21. 小新和小葵用腳步長測量走廊的 長度。小新走了 20 步，小葵走了 15 步， 誰的一步比較長？() () () (小新、小葵)。</p>	

教學流程：

- ①先利用**差異較大的**個別單位，幫助學生看到用不同個別單位測量同一物長，數值不同的現象。
- ②再利用**差異較小的**個別單位，檢查學生是否掌握其意義。

錯誤題型（四）：

試題年段	2	受測年級	2
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>22. 用下圖的直尺量量看，丁丁畫的直線長（ ）公分。</p> 		<p>8. 下圖中的繩子大約長多少公分？</p> 	
		<p>(1) 6 公分 (2) 7 公分 (3) 8 公分 (4) 10 公分</p>	

教學流程：

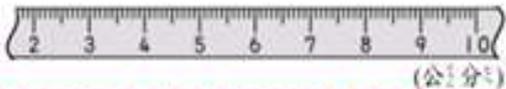
測量直尺兩點刻度間的長度：

以「1 公分」及「1 公尺」為單位的實測活動，認識幾個「1 公分」就是幾公分；利用沒有刻度 0 的斷尺來測量物長，檢查學生是否掌握以「1 公分」為單位計數的能力。

個別單位點數的情境都是離散的。



常用單位點數的情境都是連續的。



教學方法：

建立直尺為測量長度的工具，距離的概念比長度概念困難。

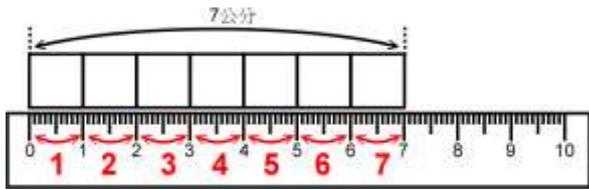
長度： 

距離： A • • B

利用直尺測量物長：

- ① 長度 ⇨ 和 7 個 1 公分接起來一樣長
- ② 距離 ⇨ 刻度 0 到刻度 7，長 7 公分

1、從 0 開始測量：



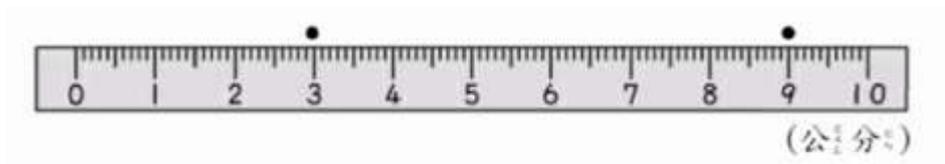
步驟一：透過點數有幾個 1 公分，緞帶和 7 個 1 公分接起來一樣長，所以緞帶長 7 公分。

步驟二：一端對齊刻度 0，一端對齊刻度 7，只要報度刻度 0 到刻度 7，就知道緞帶長 7 公分。

步驟三：多提供一些實測的經驗。

緞帶和 a 個 1 公分接起來一樣長時，一端對齊 0，另一端對齊 a，只要報讀刻度 0 到刻度 a，就知道長 a 公分。

2、不是從 0 開始測量：



層次一：描述 ⇨ 點數有幾個 1 公分

層次二：運算 ⇨ $9 - 3 = 6$

①認識直尺上的刻度，相鄰兩刻度間的長度都是 1 公分。

②刻度 9：刻度 0 到刻度 9，長 9 公分

刻度 3：刻度 0 到刻度 3，長 3 公分

$9 - 3 = 6$ ⇨ 9 公分 - 3 公分 = 6 公分

十十乘法(乘法算式前後項的關係)

錯誤題型：

試題年段	2	受測年級	2
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>3. 請問：8×7 比 8×9 少 <u>多</u> 少 <u>?</u></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid red; width: 40px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <p>(1) 少 <u>2</u></p> </div> <div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid red; width: 40px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <p>(2) 少 <u>2</u> 個 <u>7</u></p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid red; width: 40px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <p>(3) 少 <u>2</u> 個 <u>8</u></p> </div> <div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid red; width: 40px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <p>(4) 少 <u>2</u> 個 <u>9</u></p> </div> </div>		<p>15. 已經知道：$9 \times 9 = 81$，填填看： $9 \times 10 = (\quad)$、$9 \times 11 = (\quad)$</p>	

教學流程：

乘法表中呈現的是乘數逐一增加的乘法算式，因此學生除了熟練加法之外，還必須理解乘法算式的意義，例如「 $3 \times 4 = 12$ 」指的是「3加4次的結果是12」，以及前、後項乘法算式的關係，例如 3×5 比 3×4 多加了一個 3，因此知道 $3 \times 4 = 12$ ，就可以利用 $12 + 3 = 15$ ，得到 $3 \times 5 = 15$ 。

以乘法問題「一枝鉛筆賣 3 元，9 枝鉛筆賣多少元？」為例：

1、學生可以透過「 $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 27$ 」算出答案，並用乘法算式「 $3 \times 9 = 27$ 」記錄解題過程，必須透過經常寫出部份十十乘法的算式，才能夠幫助學生熟記十十乘法。

2、教師可以先使用圖一左邊的加法算式，把解題過程記錄下來。

$3 + 3 = 6$	$3 \times 2 = 6$
$6 + 3 = 9$	$3 \times 3 = 9$
$9 + 3 = 12$	$3 \times 4 = 12$
$12 + 3 = 15$	$3 \times 5 = 15$
$15 + 3 = 18$	$3 \times 6 = 18$
$18 + 3 = 21$	$3 \times 7 = 21$
$21 + 3 = 24$	$3 \times 8 = 24$
$24 + 3 = 27$	$3 \times 9 = 27$

圖一

- ① 透過 $3 + 3 = 6$ ，2 個 3 合起來是 6，可以記成 $3 \times 2 = 6$ 。
- ② $6 + 3 = 9$ ，2 個 3 再加 1 個 3 合起來是 3 個 3，3 個 3 合起來是 9，可以記成 $3 \times 3 = 9$ 。
- ③ 依序討論 $24 + 3 = 27$ ，8 個 3 再加 1 個 3 合起來是 9 個 3，可以記成 $3 \times 9 = 27$ 。

3、幫助學生把左邊的加法算式改記成右邊的乘法算式，並要求學生以後解決乘法問題時，都改用右邊的算式來記錄。

右邊的乘法算式是替代左邊的加法算式，幫助學生透過經常記錄，熟記十十乘法，學生雖然使用右邊的乘法算式來記錄，但是學生還是透過加法解決問題。

4、當學生熟記「 $3 \times 7 = 21$ 」時，學生不必再記錄「 $3 \times 2 = 6$ ， $3 \times 3 = 9$ ， $3 \times 4 = 12$ ， $3 \times 5 = 15$ ， $3 \times 6 = 18$ 」這些算式，只要直接記錄「 $3 \times 7 = 21$ 」即可。

- ① 當學生可能還無法熟記「 3×8 」和「 3×9 」的答案是多少，因此可以將圖一右邊的乘法算式，省略的記成圖二左邊的乘法算式，其中算式「 $3 \times 7 = 21$ 」是記憶的結果，「 3×8 」和「 3×9 」是透過加法解決問題。

$3 \times 7 = 21$	$3 \times 9 = 27$
$3 \times 8 = 24$	
$3 \times 9 = 27$	

圖二

②當學生熟記「 $3 \times 9 = 27$ 」的答案時，代表學生可以使用乘法算式「 $3 \times 9 = 27$ 」替代加法解決問題，因此學童可以將圖二左邊的乘法算式，省略的記成圖二右邊的乘法算式。學生用加法解題，用乘法算式來記錄，透過經常默寫乘法算式來記憶乘法表。

一枝鉛筆賣 3 元，9 枝賣多少元？

當學生熟記 $3 \times 7 = 21$ ：

$3 \times 7 = 21$	⇒ 解題的工具
$3 \times 8 = 24$	⇒ 加法解題，乘法算式記錄
$3 \times 9 = 27$	⇒ 加法解題，乘法算式記錄

答：27 元

5、教師可以透過擷取乘法表部分算式，在被乘數不變的限制下，幫助學生發現乘數變化和答案變化之間的關係，例如： 2×8 比 2×6 多加了 2 個 2，答案 16 比 12 也多了 2 個 2， 2×6 比 2×8 少加了 2 個 2，答案 12 比 16 也少了 2 個 2。

$2 \times 6 = 12$
$2 \times 7 = 14$
$2 \times 8 = 16$

6、教師也可以透過「 6×12 」等問題，檢查學生是否掌握十十乘法前後算式的關係，學生可以利用「 $6 \times 9 = 54$ ， $54 + 6 = 60$ ， $60 + 6 = 66$ ， $66 + 6 = 72$ 」算出「 6×12 」的答案。

兩(多)步驟的文字題

錯誤題型：

試題年段	2	受測年級	2
112 年學習扶助題目			
24. 星安國小全校有男生 51 人，女生比男生少 16 人，全校共有多少人？ 先算：() □ () = () 再算：() □ () = () 答：共有 () 人		25. 一個文具包有 2 枝紅筆、4 枝藍筆，3 個文具包共有多少枝筆？ 先算：() □ () = () 再算：() □ () = () 答：共有 () 枝筆	

試題年段	3	受測年級	3
112 年學習扶助題目			
11. 弟弟有 100 元，去書局買了 1 個 65 元的鉛筆盒後，剩下的錢剛好可以買 5 塊橡皮擦，請問 1 塊橡皮擦是多多少元？ (1) 5 元 (2) 7 元 (3) 13 元 (4) 30 元		21. 一包巧克力有 10 顆，3 包巧克力裝成一盒，3 盒共有多少顆巧克力？ (1) 16 顆 (2) 30 顆 (3) 33 顆 (4) 90 顆	

試題年段	4	受測年級	4
112 年學習扶助題目			
18. 算算看， $80 - 8 \times 8 = ?$ (1) 576 (2) 72 (3) 64 (4) 16		19. 有 48 顆蘋果，6 顆裝成 1 盒，再把 4 盒裝成 1 箱，全部裝完，共裝成多少箱？ (1) 32 (2) 12 (3) 8 (4) 2	

試題年段	5	受測年級	5
112 年學習扶助題目			
14. 「一盒口罩 50 片，小英家原本有 90 片口罩，用掉 45 片口罩之後又買了 3 盒，小英家現在有多少片口罩？」 下列哪個算式可以算出正確答案？ (1) $90 + 45 + 50 \times 3$ (2) $90 - 45 + 50 \times 3$ (3) $(90 - 45 + 50) \times 3$ (4) $(90 + 45 + 50) \times 3$		15. 算算看， $150 \div 3 \times 5 - 4 \times 2 = ?$ (1) 2 (2) 100 (3) 242 (4) 492	

教學流程：

二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；

三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；

四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題；

五年級引入三步驟問題。

二年級至四年級的兩步驟問題，以及五年級的三步驟問題，都限制在整數情境，六年級才引入分數及小數的多步驟問題。

1、國小二、三、四年級教學重點：

- ①檢查是否能正確的使用加、減、乘、除運算來解決情境問題。
- ②使用多個算式記錄解題活動。二年級學生已經掌握加減互逆概念

2、國小四、五、六年級教學重點：

- ①先用算式填充題(等號的右邊只有括號)記錄問題。
- ②使用逐次減項的記法記錄解題活動。
- ※學生常見的錯誤：算出單一步驟後，就停止解題。
- ※兩步驟問題中(分、小數情境更明顯)最困難的是乘，除和連除的兩步驟問題。

3、教師可以以「分段布題 ⇨ 分段解題 ⇨ 一次布題」的方式，幫助學生解題。

以下面這題(先乘後加的兩步驟問題)為例：

鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 20 元的橡皮擦，共花了多少元？

分段布題：

布題一：鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，花了多少元？

$$12 \times 5 = 60, \text{ 答：花了 } 60 \text{ 元}$$

布題二：甲買鉛筆花了 60 元，再買了 20 元的橡皮擦，共花多少元？

$$60 + 20 = 80, \text{ 答：共花了 } 80 \text{ 元}$$

布題三：回到原問題：鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 20 元的橡皮擦，共花多少元？

$$\text{先算：} 12 \times 5 = 60$$

$$\text{再算：} 60 + 20 = 80 \qquad \text{答：共花了 } 80 \text{ 元}$$

鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 20 元的橡皮擦，共花了多少元？

分段解題：

先算：鉛筆一枝 12 元，甲買了 5 枝，花了多少元

再算：甲再買了 20 元的橡皮擦，共花了多少元？

鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 20 元的橡皮擦，共花了多少元？

一次布題：

①用兩個算式記錄解題活動

$$\text{先算：} 12 \times 5 = 60$$

$$\text{再算：} 60 + 20 = 80$$

②併式紀錄解題活動：

$$(12 \times 5) + 20 = 80$$

⇒ 用小括號溝通先算的部份。再用「先乘除後加減」及「由左往右算」，省略小括號的記法。

③ 先列式，再逐次減項記錄解題活動：

$$12 \times 5 + 20 = (\quad)$$

$$12 \times 5 + 20$$

$$= 60 + 20$$

$$= 80$$

重量（複名數的加減計算）

錯誤題型：

試題年段	3	受測年級	3
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
15. 算算看，2 公斤 20 公克和 18 公斤合起來是幾公斤幾公克？ (1) 2 公斤 38 公克 (2) 20 公斤 0 公克 (3) 20 公斤 20 公克 (4) 20 公斤 38 公克		17. 一袋麵粉重 5 公斤 40 公克，一袋砂糖重 1380 公克，一袋麵粉和一袋砂糖合起來重多少公斤多少公克？ (1) 6 公斤 420 公克 (2) 6 公斤 780 公克 (3) 10 公斤 20 公克 (4) 19 公斤 20 公克	

教學流程：

學生在二年級應該已經能認識重量，並進行重量的直接、間接與個別單位比較，三年級建議先引入「公克」單位，待學生能進行公克單位的實測、估測與加減計算後，再引入「公斤」單位。

在「長度、面積、角度」等觀念，可以透過視覺看到單位量的累積，而重量卻沒辦法察覺，建議教師可以透過天平或秤，幫助學童發現 5 個 1 公克的砝碼合起來和 1 個 5 公克的砝碼一樣重。

複名數的加減計算(不進退位)

①用不同刻度的秤來認識「公斤」，例如：3 公斤秤，以 100 公克為單位的刻度結構進行報讀。報讀到 1000 公克時，應提醒學生 1000 公克和 1 公斤一樣重，超過 1 公斤的重量，宜使用複名數公斤、公克來表示。例如：1 公斤、1 公斤 100 公克、1 公斤 200 公克……等。

②透過 1 公斤砝碼的秤重，幫助學生理解 2 個 1 公斤合起來是 2 公斤，當學生理解「1 公斤」和「蘋果、花片等」都是可以被計數的單位時，再來進行公克單位的加、減和整數倍計算。

③進行重量單位複名數的加減計算之前，需先加強學生的公斤、公克兩單位間整數倍化聚觀念。

(1)公斤化為公克的整數倍：以「6 公斤是多少公克」為例，先說明 1 公斤=1000 公克，再強調 6 公斤是 6 個 1 公斤，也就是 6 個 1000 公克，即為 6000 公克。

※教師宜鼓勵學生利用乘法來計算：1 公斤=1000 公克， $1000 \times 6=6000$ 。

(2)公克聚為公斤的整數倍：以「4000 公克是多少公斤」為例，先說明 1000 公克=1 公斤，再強調每 1000 公克可以換成 1 公斤，也就是說 4000 公克可以換成 4 個 1000 公克，即為 4 公斤。

※三年級學生除法計算經驗不夠，此活動中可以用加法或減法解題，教師宜鼓勵學生利用減法解

題，為以後除法來計算鋪路：由 4000 公克開始分割至 0 公克(每次拿 1000 公克換 1 公斤)。

④二位數加減二位數的問題，與相鄰二階單位的長度、重量、時間、大數等複名數加減問題，它們的運算方式都相同，滿足同構的關係。教師可以幫助學生發現它們之間運算的關係相同。

「 $38+25$ 」運算方式是逢十進一，13 個①聚成 1 個⑩和 3 個①。

	⑩	①
	3	8
+	2	5
<hr/>		
	6	3

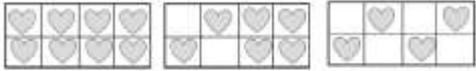
「5 公斤 468 公克 + 3 公斤 875 公克」運算方式是逢千進一，1343 公克聚成 1 公斤 343 公克。

	公	公
	斤	克
	5	468
+	3	875
<hr/>		
	9	343

分數(單位分數、整數除整數等於分數、分數的整數倍)

錯誤題型：

試題年段	3	受測年級	3
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>25. 下面哪個分數比 $\frac{1}{6}$ 小?</p> <p>(1) $\frac{1}{7}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{3}$</p>		<p>2. 將 1 條緞帶平均分成 10 段，其中 2 段是多少條?</p> <p>(1) $\frac{1}{10}$ 條 (2) $\frac{2}{10}$ 條 (3) $\frac{8}{10}$ 條 (4) $\frac{10}{10}$ 條</p>	

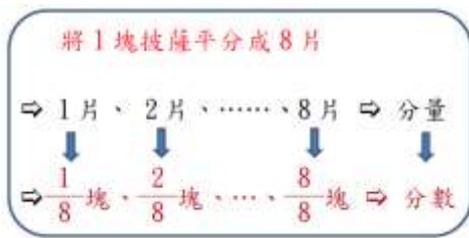
試題年段	4	受測年級	4
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>12. 一盒糖果有 8 顆，請問下圖中共有多少盒糖果?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <p>(1) $\frac{18}{24}$ (2) $2\frac{2}{8}$ (3) $3\frac{2}{8}$ (4) 18</p> <p>14. 每人吃 $\frac{9}{8}$ 塊蔥油餅，5 人共吃多少塊蔥油餅?</p> <p>(1) $\frac{45}{8}$ (2) $\frac{9}{40}$ (3) $\frac{45}{40}$ (4) 45</p>		<p>1. 一盒糖果有 10 顆，7 顆糖果相當於幾盒?</p> <p>(1) $\frac{7}{10}$ (2) $\frac{10}{7}$ (3) $\frac{10}{17}$ (4) $\frac{17}{10}$</p> <p>9. 一包米重 $2\frac{3}{5}$ 公斤，4 包米共重多少公斤?</p> <p>(1) $6\frac{3}{5}$ (2) $8\frac{12}{20}$ (3) $8\frac{3}{5}$ (4) $10\frac{2}{5}$</p>	

試題年段	5	受測年級	5
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>24. 一桶果汁有 3 公升，$3\frac{1}{5}$ 桶果汁有多少公升?</p> <p>(1) $3\frac{3}{5}$ (2) $9\frac{1}{5}$ (3) $9\frac{3}{5}$ (4) $9\frac{3}{15}$</p>		<p>23. 已知 1 條緞帶長 3 公尺，$\frac{2}{5}$ 條緞帶長多少公尺?</p> <p>(1) $\frac{2}{5}$ (2) $1\frac{1}{5}$ (3) $\frac{2}{15}$ (4) $\frac{6}{15}$</p>	

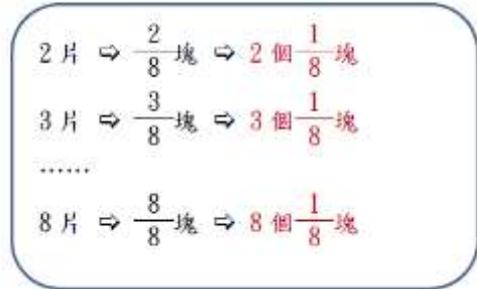
教學流程：

分數的教學重點：

①命名活動 ⇨ 將已知的分量改記成分數



②單位分數 ⇨ 建立單位分數為計數單位



1、「部分—全體關係」描述的種類

題目：將1塊披薩平分成8片

分數：1片和1塊的關係，1片稱為 $\frac{1}{8}$ 塊(重新命名)。

比率：1片和8片的關係，1片稱為 $\frac{1}{8}$ 。基準量8片，比較量1片是 $\frac{1}{8}$ (沒有單位)。

2、如何引導學生描述「部分—全體的關係」

題目：將1塊披薩平分成8片

1塊披薩平分成8片，其中的1片要怎麼稱呼，才能知道：

①這1片披薩是由1塊披薩平分出來的。

②這1片披薩是平分成8片中的1片。

將1片披薩稱為 $\frac{1}{8}$ 塊披薩，是否可以知道：

① $\frac{1}{8}$ 塊是由1塊平分出來的。

② $\frac{1}{8}$ 塊是平分成8片中的1片。

3、分數是重新命名的活動

題目：將1塊披薩平分成8片

1塊 ⇨ 平分成8片 ⇨ 1片(原來名字)



$\frac{1}{8}$ 塊(新名字)

4、單位分數

題目：將1塊披薩平分成8片

①將單位分數看成單位，分數的計算就和整數計算同構。

1 片、2 片、3 片、4 片、...

⇒ 1 個 $\frac{1}{8}$ 塊、2 個 $\frac{1}{8}$ 塊、3 個 $\frac{1}{8}$ 塊、...

- ② 「將1條繩子平分剪成7段，其中的1段是 $\frac{1}{7}$ 條，其中的5段是 $\frac{5}{7}$ 條」，當學生理解「 $\frac{1}{7}$ 條」、
「1段」和「蘋果、花片」等相同，都是可以被點數的單位，也能理解「 $\frac{5}{7}$ 條是5個 $\frac{1}{7}$ 條」，
就能類比同分母分數情境中；透過單位分數的概念，就可以和整數的計算完全連結起來。

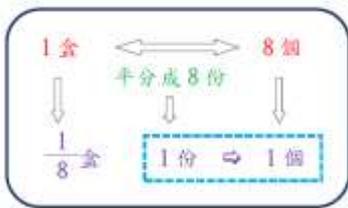
5、分數問題的情境

連續量情境：

- ① 將1塊披薩平分成8片，1片是 $\frac{1}{8}$ 塊。
- ② 1條繩子平分剪成5段，其中2段是 $\frac{2}{5}$ 條。

離散量情境：

- ① 一盒蘋果有8個。將1盒蘋果平分成8份，1份是 $\frac{1}{8}$ 盒(1份也是代表1個蘋果)。



- ② 一盒蘋果有8個。將1盒蘋果平分成5份，1份是 $\frac{1}{5}$ 盒(1份也是代表 $\frac{8}{5}$ 個蘋果)。

- ③ 5公升果汁，平分裝成3瓶，全部裝完，每瓶裝多少公升？

解題方式第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是0的舊經驗

$$5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} (15 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}), 15 \div 3 = 5 (5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}) \quad \text{答：每瓶 } \frac{5}{3} \text{ 公升}$$

解題方式第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿1公升來分)

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} (1 \text{ 公升果汁平分成3份，其中的1份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升})$$

$$5 \text{ 公升是5個1公升} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} (\text{公升}) \quad \text{答：每瓶 } \frac{5}{3} \text{ 公升}$$

有了解題成功的經驗後，再要求學生用沒有餘數的除法算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」把問題和答案記下來。

全部為單位情境：

爸爸將全部土地平分給8份，1份是多少？

$\frac{1}{8} \Rightarrow$ 比率的概念； $\frac{1}{8}$ 全部 \Rightarrow 分數命名

6、分數問題容易錯的地方

例題：一瓶果汁20公升，將果汁平分給5人，每人分得幾瓶？

解題時，教師應強調最後問的單位：

瓶 \Rightarrow 一瓶汽水平分給5個人
公升 \Rightarrow 將1瓶汽水20公升全部平分給5個人

7、分數相乘

乘數是分數和整數問題的差異。

(1)問題1：一桶果汁12公升，3桶有多少公升？

解題：可以利用連加的算式「 $12+12+12=36$ 」或「 $12 \times 3=36$ 」。

(2)問題2：一桶果汁 $\frac{2}{7}$ 公升，3桶有多少公升？

解題：可以利用連加的算式「 $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$ 」或「 $\frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7}$ 」。

※帶分數有兩個單位，以本題為例， $2\frac{3}{5}$ 是由2個1和3個 $\frac{1}{5}$ 合起來的，假分數只有一個單位，

$\frac{13}{5}$ 是13個 $\frac{1}{5}$ 合起來的，因此假分數的運算比帶分數有效率。

做法一：透過圖像，引導學生先將 $2\frac{3}{5}$ 分解成2和 $\frac{3}{5}$ ，先算 2×4 ，再算 $\frac{3}{5} \times 4$ ，最後將結果8和 $\frac{12}{5}$

相加，得到答案 $10\frac{2}{5}$ 。

做法二：將帶分數換成假分數後再計算，引導學生可先將 $2\frac{3}{5}$ 換成 $\frac{13}{5}$ 後再乘以4，得到答案 $\frac{52}{5}$ 。

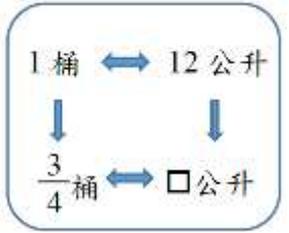
(3)問題3：一桶果汁12公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？

解題：因為12無法加 $\frac{3}{4}$ 次，無法利用連加的算式。建議用關係式幫助學生用比的想法解題。

先導入：整數乘以整數的關係式



再討論：整數乘以分數的關係式



解題①：先從1桶果汁12公升， $\frac{3}{4}$ 桶是把1桶平分成4份，再取出其中的3份，可以利用除法 $12 \div 4 = 3$ 和乘法 $3 \times 3 = 9$ ，算出 $\frac{3}{4}$ 桶有9公升。

解題②：利用類比的方式，「一桶果汁12公升，3桶有12公升可以記成 $12 \times 3 = 36$ 」，所以「一桶果汁12公升， $\frac{3}{4}$ 桶有9公升可以記成 $12 \times \frac{3}{4} = 9$ 」。

認識四邊形的性質

錯誤題型：

試題年段	4	受測年級	4
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
21. 下面是甲、乙、丙三人關於四邊形的說法。 甲說：菱形的四個角相等。 乙說：長方形的兩雙對邊等長。 丙說：沿著平行四邊形的一條對角線剪開， 可以剪成兩個全等的三角形。 哪些人的說法正確？ (1) 只有甲、乙 (2) 只有甲、丙 (3) 只有乙、丙 (4) 甲、乙、丙都正確		14. 下列是甲、乙、丙三人對四邊形的說法： 甲：等腰梯形的兩底角相等 乙：長方形的四個角都是直角 丙：正方形的四個角都相等 哪些人的說法正確？ (1) 只有甲、乙 (2) 只有甲、丙 (3) 只有乙、丙 (4) 甲、乙、丙	

教學流程：

對於「長方形的定義(如何辨識圖形為長方形)」與「長方形的性質(長方形有哪些特徵)」，常被誤認為一個四邊形要同時滿足「四個角都是直角，對邊等長、對邊互相平行，對角線互相平分且等長」這些條件，才能辨識這個四邊形是長方形，數學上利用最少的條件來辨識長方形。

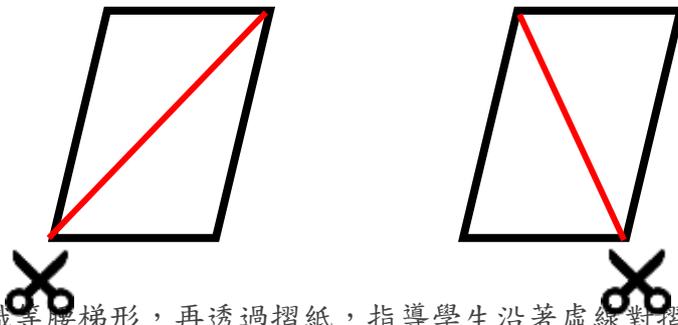
1、菱形、長方形與正方形的認識

請學生利用直尺和三角版，先找出「四邊等長」的四邊形，再找出「四個角都是直角」的四邊形，最後找出「四邊等長且四個角都是直角」的四邊形，讓學生認識菱形、長方形與正方形。

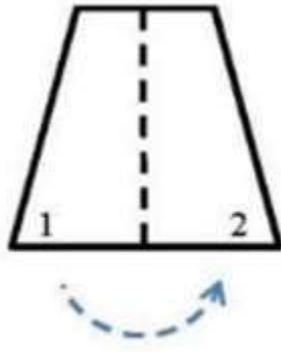
2、認識這些四邊形有哪些簡單的性質

4 年級學生在之前的學習內容上，應已能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。因此下列這些性質還需要透過操作來認識「長方形兩雙對邊等長、平行四邊形沿對角線分開的兩個三角形全等、等腰梯形的兩個底角相等」。

- ①教師可以透過摺紙(並將短邊、長邊分別塗上不同顏色做區隔)的方式，讓學生透過邊疊合的方式，瞭解「長方形兩雙對邊等長」。
- ②教師可以透過剪紙(請學生在相同的平行四邊形中各畫出一條對角線，分別剪下)的方式，讓學生透過不同對角線剪下的兩個三角形，經過旋轉疊合後，兩個三角形能完全疊合，瞭解「平行四邊形沿對角線分開的兩個三角形全等」。



③教師可以先帶領學生從頭認識等腰梯形，再透過摺紙，指導學生沿著虛線對摺，對摺後左右兩邊完全重疊，得到兩底角相等的結果，瞭解「等腰梯形的兩個底角相等」。



3、利用性質辨認基本四邊形

①運用「角」與「邊」的特徵比對

正方形：四邊等長且四個角都是直角的四邊形。

長方形：四個角都是直角的四邊形。

菱形：四邊都等長的四邊形。

②運用「有幾雙對邊平行」的特徵比對辨認平行四邊形、梯形，也就是給下列四邊形下定義。

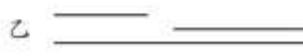
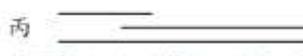
平行四邊形：兩雙對邊都平行的四邊形。

梯形：一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形。

※教師不宜稱「有一雙對邊平行的四邊形為梯形」，應該稱「一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形為梯形」。因為「有」可以包含三種意義，第一種是「至多有」，第二種是「恰有」，第三種是「至少有」，學生可能混淆其意義。

三角形任意兩邊和大於第三邊

錯誤題型：

試題年段	5	受測年級	5
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>25. 大明有兩枝吸管，一枝長 10 公分，另一枝長 20 公分，他要拿下列哪個長度的吸管才能拼成一個三角形？</p> <p>(1) 9 公分</p> <p>(2) 10 公分</p> <p>(3) 15 公分</p> <p>(4) 30 公分</p>		<p>21. 甲圖、乙圖、丙圖都有三根竹籤。</p> <p>甲 </p> <p>乙 </p> <p>丙 </p> <p>哪些圖中的三根竹籤可以排成一個三角形？</p> <p>(1) 只有甲</p> <p>(2) 只有乙</p> <p>(3) 只有丙</p> <p>(4) 甲、乙、丙都可以</p>	

教學流程：

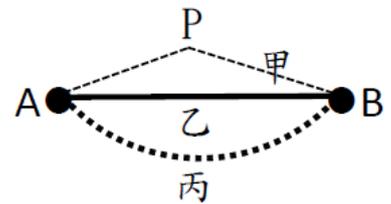
三角形任兩邊和大於第三邊通過率偏低的可能原因：

- ① 課堂活動中，操作的對象是竹籤評量時，出現的是數字(竹籤長度)。
- ② 教師只處理較短兩邊和大於最長邊，但結論是任兩邊和大於第三邊。

可加強「連接兩點的繩子，以直線為最短」的觀念，讓學生理解三角形任意兩邊和大於第三邊。

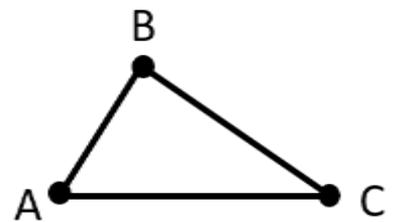
1、兩點之間，直線為最短距離

從 A 點到 B 點，甲、乙、丙三條路徑中，哪一條路徑最短呢？



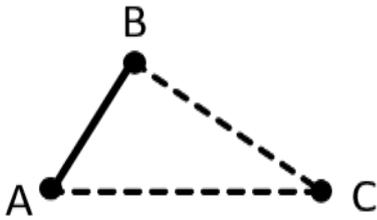
2、以三角形為例

三角形 ABC 有 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 三條邊，有 A、B、C 三個頂點。



①連接 A、B 兩點的繩子，以線段 \overline{AB} 為最短，所以

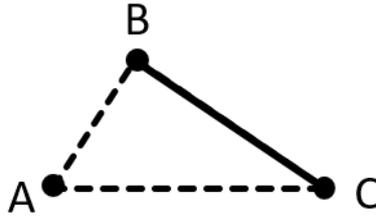
$$\overline{AC} + \overline{BC} > \overline{AB}$$



從 A 點走到 B 點， \overline{AB} 最短。

②連接 B、C 兩點的繩子，以線段 \overline{BC} 為最短，所以

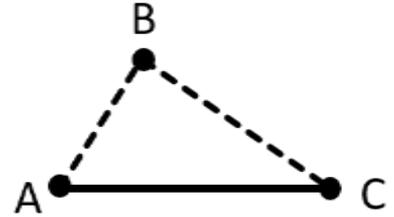
$$\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$$



從 B 點走到 C 點， \overline{BC} 最短。

③連接 A、C 兩點的繩子，以線段 \overline{AC} 為最短，所以

$$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$$



從 C 點走到 A 點， \overline{AC} 最短。

3、三角形比較短的兩邊和大於最長邊

「三角形任兩邊的和的大於第三邊」與「三角形比較短的兩邊和大於最長邊」是等價的定義。

※建議教師教學時必須說明「三角形任兩邊的和的大於第三邊」的性質，但是在判斷是否能圍成三角形時，只要判斷「比較短的兩邊和是否大於最長邊」即可。

以「以 2、7、5(公分)，以及 2、7、6(公分)為三邊長，是否能圍成三角形？」為例說明如何幫助學生解題。

步驟一：先找出最長邊 7 公分。

步驟二：檢查剩下兩邊的和是否大於 7 公分

$2+5=7$ ，以 2、7、5(公分)為三邊長不能排成三角形。

步驟三：檢查剩下兩邊的和是否大於 7 公分

$2+6>7$ ，以 2、7、6(公分)為三邊長能排成三角。

4、利用扣條教具幫助學生釐清問題

本單元一樣可以利用扣條讓學生理解「三角形任兩邊的和的大於第三邊」的觀念，並最後發展出是否能圍出三角形時，只要判斷「比較短的兩邊和是否大於最長邊」就可以了。

分數除法

錯誤題型：

試題年段	5	受測年級	5
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>19. 將 $\frac{8}{9}$ 公斤的糖平分 3 包，每一包糖重多少公斤？</p> <p>(1) $\frac{8}{3}$ (2) $\frac{3}{8}$ (3) $\frac{8}{27}$ (4) $\frac{24}{27}$</p>		<p>25. 將 $9\frac{6}{21}$ 公升的果汁，平分裝成 3 瓶，每瓶裝多少公升？</p> <p>(1) $3\frac{2}{7}$</p> <p>(2) $3\frac{6}{7}$</p> <p>(3) $3\frac{2}{21}$</p> <p>(4) $3\frac{6}{21}$</p>	

教學流程：

學生在除法單元上，應該已經能解決等分除及包含除情境整數除以整數，商數是分數且沒有餘數的除法問題。(4 年級學習內容)

4 年級分數除法教學重點是整數除以整數，商是分數的等分除及包含除問題。

5 年級分數除法教學重點是分數除以整數，商是分數的等分除問題。

6 年級才引入除數是分數的除法問題。

①教師在本單元教學時可以先以真分數(單位分數)除以整數為例，透過畫圖的方式幫助學生解題，以「將 $\frac{1}{3}$ 公升漂白水全部平分 4 杯，其中的一杯是幾公升？」為例。

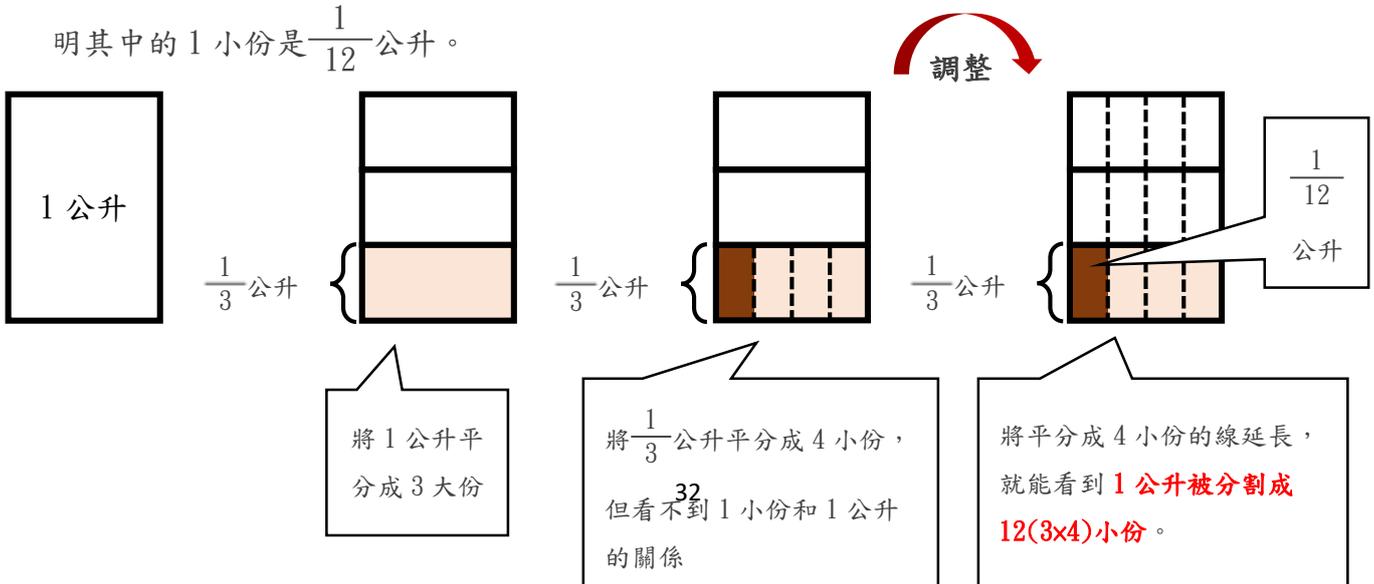
題，以「將 $\frac{1}{3}$ 公升漂白水全部平分 4 杯，其中的一杯是幾公升？」為例。

(1)教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，再將 1 公升平分 3 大份，得到其中的 1 大份是 $\frac{1}{3}$ 公升。

(2)再將 $\frac{1}{3}$ 公升平分 4 小份，因為看不到 1 小份和 1 公升的關係，因此將平分 4 小份的線延長

長，就能看到 1 公升被分割成 12(3×4)小份，並透過算式「 $\frac{1}{3} \div 4 = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$ 」，說

明其中的 1 小份是 $\frac{1}{12}$ 公升。

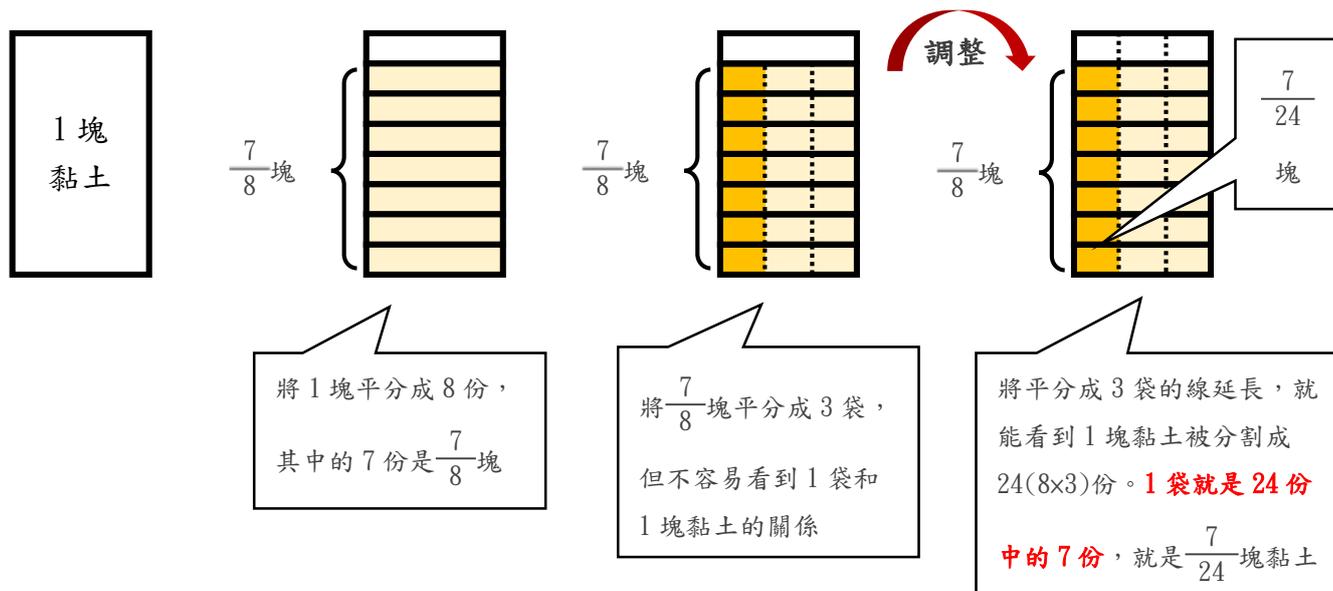


②以「將 $\frac{7}{8}$ 塊黏土，平分成3袋，其中的1袋是多少塊黏土？」為例。

(1)先強調題目最後問的單位是什麼(多少塊黏土)，先畫出一個長方形代表1塊黏土，再將1塊黏土平分成8份，其中的7份是 $\frac{7}{8}$ 塊黏土。

(2)將 $\frac{7}{8}$ 塊黏土平分成3袋，因為看不到1袋和1塊黏土的關係，延長平分成3袋的線，看到1

塊黏土被分割成24(8×3)份，記成：「 $\frac{7}{8} \div 3 = \frac{7}{8 \times 3} = \frac{7}{24}$ 」，得到3袋是 $\frac{7}{24}$ 塊黏土。

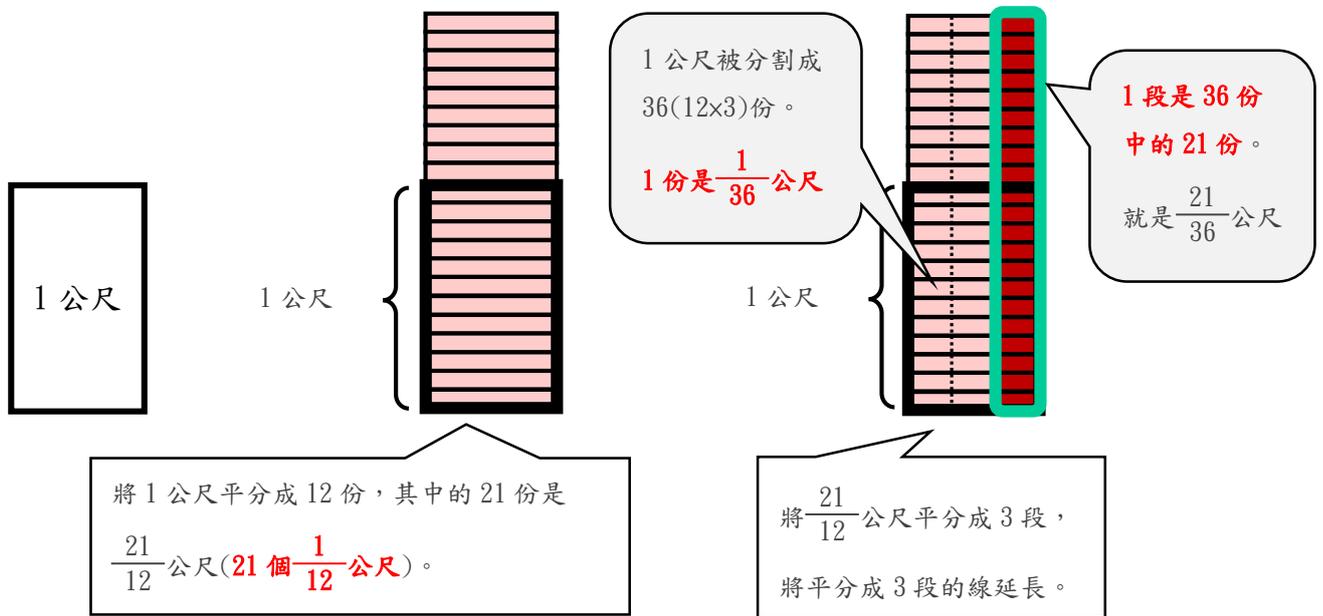


③以110年題目(假分數的除法)「將 $\frac{21}{12}$ 公尺的緞帶平分成3段，每段是多少公尺？」為例。

(1)先強調題目最後問的單位是什麼(多少公尺)，因此先畫出一個長方形代表1公尺，再將1公尺平分成12份，其中的21份是 $\frac{21}{12}$ 公尺。

(2)再將 $\frac{21}{12}$ 公尺平分成3段，將平分成3段的線延長，就能看到1公尺被分割成36(12×3)份，

而1段是36份中的21份，也就是1段是 $\frac{21}{36}$ 公尺，記成：「 $\frac{21}{12} \div 3 = \frac{21}{12 \times 3} = \frac{21}{36}$ 」。



④本題解題可以用帶分數分解成整數和真分數，再除以整數的作法和帶分數轉換成假分數後，再除以整數的兩種做法。

以 111 年題目(帶分數的除法)「將 $9\frac{6}{21}$ 公升的果汁，平分裝成 3 瓶，每瓶裝多少公升？」為例

※本題也可以將 $\frac{6}{21}$ 先約分，約分後得知 $9\frac{6}{21} = 9\frac{2}{7}$ 。以下以原本的數字做解題。

作法一：

(1)先強調題目最後問的單位是什麼(多少公升)，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，總共畫 9 個，共 9 公升。

(2)再將另一個 1 公升平分成 21 份，其中的 6 份是 $\frac{6}{21}$ 公尺，合起來就是 $9\frac{6}{21}$ 公升。

(3)將 $9\frac{6}{21}$ 公升平分成 3 瓶。

先將每個 1 公升平分成 3 瓶，1 瓶就是 $\frac{1}{3}$ 公升。共有 9 個 1 公升，全部平分後就是 3 公升。

(或是 $9 \div 3 = 3$)

再將 $\frac{6}{21}$ 公升平分成 3 瓶， $\frac{6}{21} \div 3 = \frac{6}{21 \times 3} = \frac{6}{63}$ 。1 瓶就是 $\frac{6}{63}$ 公升。

(4)將整數平分後的答案和分數平分後的答案合在一起， $3 + \frac{6}{63} = 3\frac{6}{63}$ ，約分後答案是

$3\frac{2}{21}$ 公升。

作法二：

將帶分數換為假分數計算，可以記成 $9\frac{6}{21} \div 3 = \frac{195}{21} \div 3 = \frac{195}{21 \times 3} = \frac{195}{63} = 3\frac{6}{63}$ ，

約分後答案是 $3\frac{2}{21}$ 公升。

錯誤題型：

試題年段	6	受測年級	6
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
<p>14. 一條紅緞帶長 $2\frac{5}{8}$ 公尺，每 $\frac{6}{7}$ 公尺剪成 1 段，全部剪完，相當於剪成多少段？</p> <p>(1) $1\frac{1}{2}$ (2) $2\frac{1}{4}$ (3) $3\frac{1}{16}$ (4) $6\frac{1}{8}$</p>		<p>10. 把 $3\frac{3}{4}$ 公升的紅茶，分裝到容量是 $\frac{3}{10}$ 公升的杯子，最多可裝滿多少杯？還剩下多少公升？</p> <p>(1) 3 杯，剩 $\frac{3}{4}$ 公升</p> <p>(2) 12 杯，剩 $\frac{1}{2}$ 公升</p> <p>(3) 12 杯，剩 $\frac{3}{20}$ 公升</p> <p>(4) 13 杯，剩 $\frac{1}{2}$ 公升</p>	

教學流程：

國小學生不易接受單位數不是整數的問題，建議教師教學時以分數除以分數的包含除問題為主，分數除以分數的等分除可以在課堂中討論，但是不宜過度評量。

①學生已有同分母「分數除以分數」情境的解題經驗後，教師可以提醒學生先通分，將問題轉換為同分母分數後，將被除數和除數同時轉換為相同單位的方法來解題。

②以 111 年題目「把 $3\frac{3}{4}$ 公升的紅茶，分裝到容量是 $\frac{3}{10}$ 公升的杯子，最多可裝滿多少杯？還剩下多少公升？」為例。

(1)請學生將帶分數轉換為假分數，並做通分，讓題目轉換成同分母分數除法的問題「把 $\frac{75}{20}$ 公升的紅茶，分裝到容量是 $\frac{6}{20}$ 公升的杯子，最多可裝滿多少杯？還剩下多少公升？」

(2)被除數、除數都以 $\frac{1}{20}$ 公升為單位解題。 $\frac{75}{20}$ 公升是 75 個 $\frac{1}{20}$ 公升， $\frac{6}{20}$ 公升是 6 個 $\frac{1}{20}$ 公升
算式可以記成「 $75(\text{個}\frac{1}{20}\text{公升}) \div 6(\text{個}\frac{1}{20}\text{公升}) = 75 \div 6 = 12(\text{杯}) \dots 3(\text{個}\frac{1}{20}\text{公升})$ 」，
寫成算式「 $\frac{75}{20} \div \frac{6}{20} = 12(\text{杯}) \dots \frac{3}{20}(\text{公升})$ 」。

(3)學生若能理解分數除法的算式可以改以「顛倒相乘」的方式計算時，那麼本題算式可以寫成
「 $3\frac{3}{4} \div \frac{3}{10} = \frac{5}{2} \frac{15}{4} \times \frac{10}{3} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$ 」，接著討論 12 及 $\frac{1}{2}$ 分別代表的意義。

A. 先說明 $12\frac{1}{2}$ 是一個數字，不可能前面數字 12 的單位是杯，而後面數字 $\frac{1}{2}$ 的單位是公升。

B. 本題中 $12\frac{1}{2}$ 代表 $12\frac{1}{2}$ 杯，其中的 12 杯是裝滿的，而 $\frac{1}{2}$ 杯是沒有裝滿的，也就是最多裝滿

12 杯，剩下 $\frac{1}{2}$ 杯。

C. 裝滿 1 杯是 $\frac{3}{10}$ 公升，「 $\frac{3}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{20}$ 」，算出 $\frac{1}{2}$ 杯是 $\frac{3}{20}$ 公升，也就是剩下 $\frac{3}{20}$ 公升。

比與比值

錯誤題型：

試題年段	6	受測年級	6
112 年學習扶助題目		111 年學習扶助題目	
24. 餐廳裡有 25 位女生，13 位男生，女生比男生的比值是多少？ (1) $\frac{25}{13}$ (2) $\frac{13}{25}$ (3) 25 : 13 (4) 13 : 25		24. 用 12 公升的白色油漆和 6 公升的紅色油漆調成一桶粉紅色油漆，請問白色油漆和紅色油漆的比值是多少？ (1) 12 : 6 (2) 6 : 12 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2	

教學流程：

建議多舉例子讓學生做思考，透過比較「比的大小」來導入比值的觀念。

1、利用比的方式表示

以 3 : 5 和 5 : 8 比較比的大小為例。

① 讓兩個比的前項相等， $3 : 5 = 15 : 25$ ， $5 : 8 = 15 : 24$ ，後項的 $25 > 24$ 。
 $15 : 25 > 15 : 24$ ，可以得到 $3 : 5 > 5 : 8$ 。

② 讓兩個比的後項相等， $3 : 5 = 24 : 40$ ， $5 : 8 = 25 : 40$ ，前項的 $24 < 25$ 。
 $24 : 40 < 25 : 40$ ，可以得到 $3 : 5 < 5 : 8$ 。

由上面的說明可以知道，兩種方法比大小時，前項相同(方法一)和後項相同(方法二)時，兩個比的大小剛好相反。

※為了讓兩個比大小的答案一致，數學上約定比的後項為**基準量**，**透過後項相同時前項的大小**，來比較兩個比的大小(方法二)。

2、利用比值的方式表示(比的後項相同)

為了讓比較多個比的大小時更有效率，可以透過將後項轉換成 1 的方式來比較，

$3 : 5 = \frac{3}{5} : 1$ ， $5 : 8 = \frac{5}{8} : 1$ ， $\frac{5}{8} > \frac{3}{5}$ ，可以得到 $3 : 5 < 5 : 8$ 。

以「 $3 : 5 = \frac{3}{5} : 1$ 」為例，數學上稱後項為 1 時，前項 $\frac{3}{5}$ 為 3 : 5 的**比值**，可以透過比值來比較兩個比的大小。

※建議教師透下列方式引入比值的定義：

以「3 : 5」為例， $3 : 5 = \frac{3}{5} : 1$ ，我們稱 $\frac{3}{5} : 1$ 的前項 $\frac{3}{5}$ 為 3 : 5 的**比值**。

可以透過「 $3 \div 5 = \frac{3}{5}$ 」的算式算出比值。

比：描述兩量的關係；比值：比較兩量關係的大小。

以 112 年學習扶助題目為例，「餐廳裡有 25 位女生，13 位男生，女生比男生的比值是多少」

①用比來溝通

女生人數：男生人數 = 25：13

②用比值來溝通

女生人數比男生人數的比值為 $\frac{25}{13}$

③用基準量與比較量(倍)來溝通

女生人數是男生人數的 $\frac{25}{13}$ 倍

※學生容易混淆比值的表示方式是因為，比(a：b)可以同時看到兩個量，比值($\frac{a}{b}$)只能看到 1 個

量，可以將比值($\frac{a}{b}$)改記成比($\frac{a}{b} : 1 = a : b$) 多跟學生溝通比值的表示方式。